ÓBUDAI EGYETEM
ÓBUDA UNIVERSITY

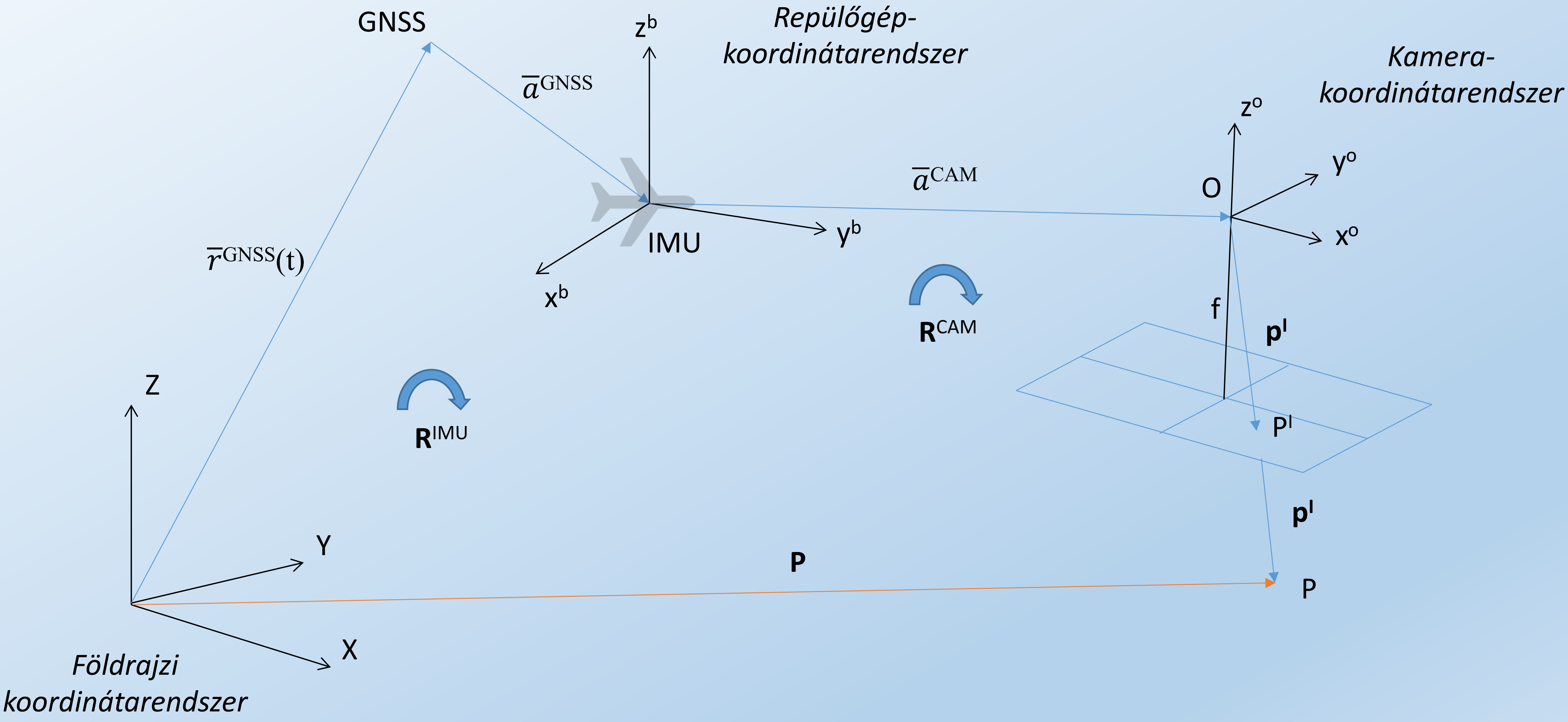
Hibaterjedés direkt szenzortájékozás esetén és az inerciális mérőegységek jellemző jellemző hibái

Varga Attila okl. gépészmérnök
Óbudai Egyetem, Alkalmazott Informatikai és Alkalmazott Matematikai Doktori Iskola

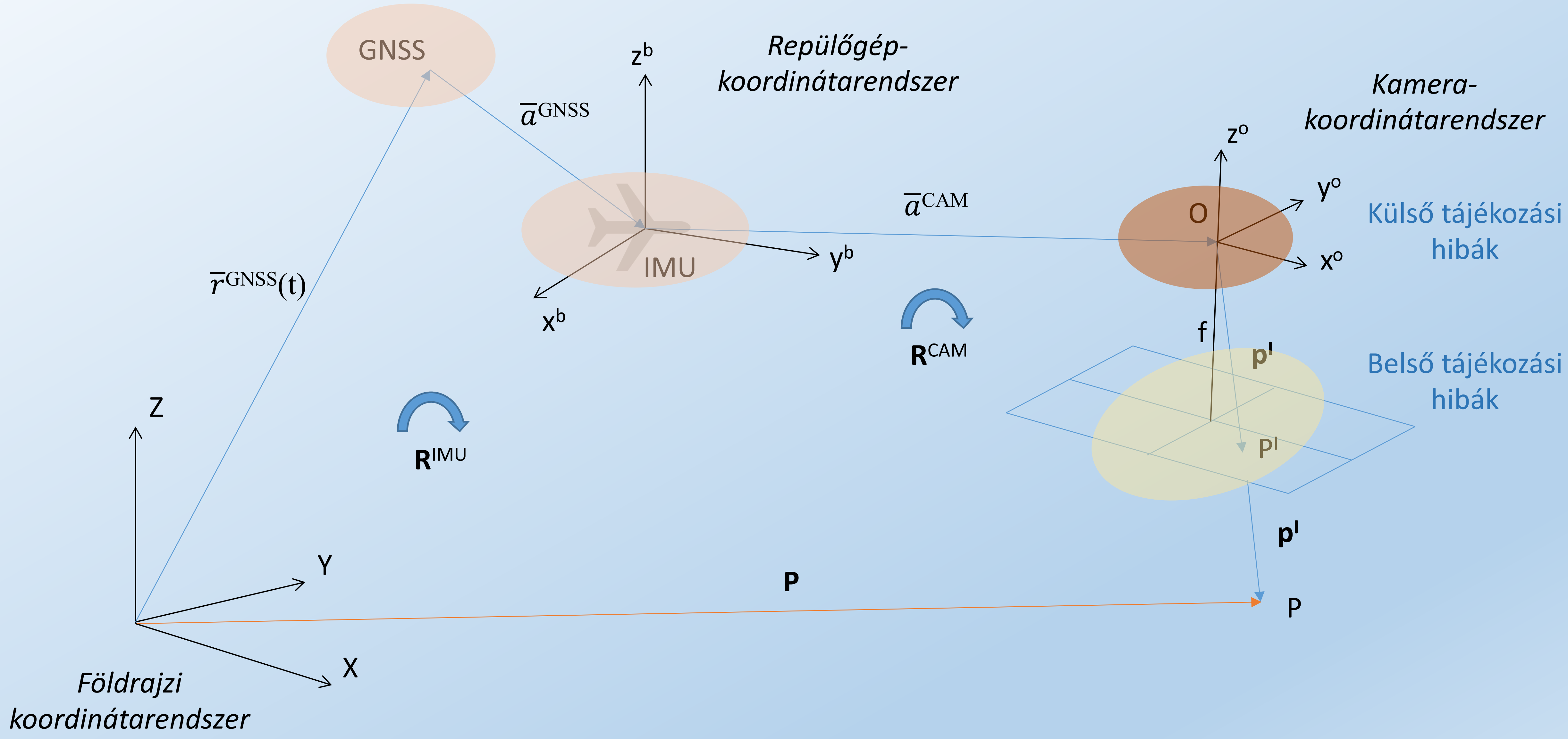
FÉNY-TÉR-KÉP 2019
Tihany, 2019. november 14—15.

ÓBUDAI EGYETEM
ÓBUDA UNIVERSITY

A direkt szenzortájékozás modellje



A hibák megjelenése



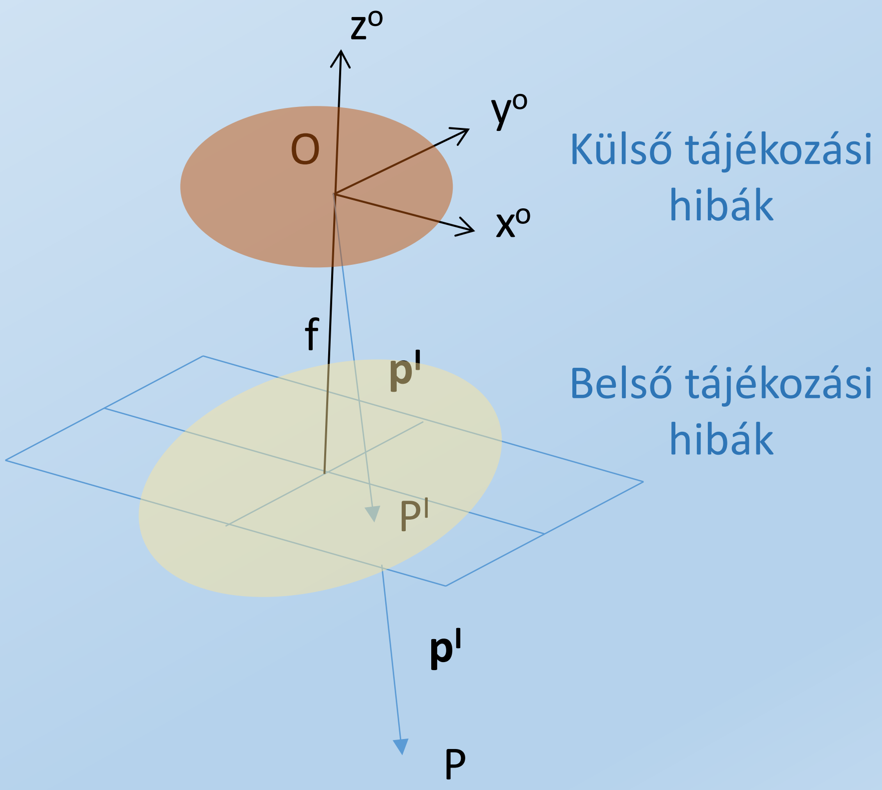
A hibák jellege

Belső tájékozási hibák

- Fókusztávolság hibája
- Főpont hibája
- Elrajzolás
- Pixelhiba

Külső tájékozási hibák

- Koordináta hiba (GNSS)
- Orientációs hiba (IMU)



Matematikai modell

Ismert

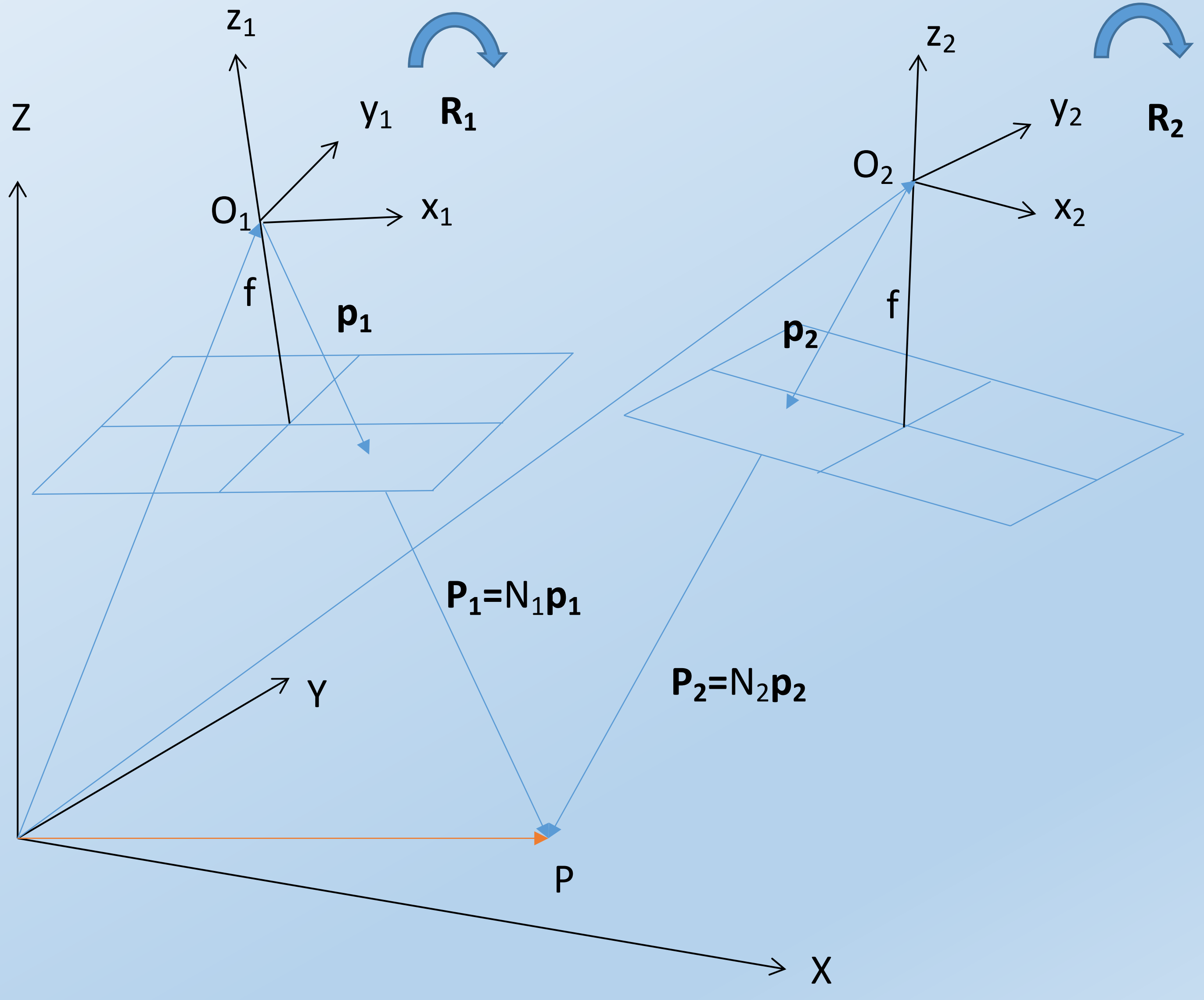
O_1 (X_{O1},Y_{O1},Z_{O1}), O_2 (X_{O2},Y_{O2},Z_{O2})
k_1 (ξ_1, η_1, -f), k_2 (ξ_2, η_2, -f)
R_1 (ω_1, φ_1, κ_1 , R_2 (ω_2, φ_2, κ_2)

Ismeretlen

P (X, Y, Z)
N_1, N_2

Megoldások

- Kollineár egyenlet
- Térbeli metszés



ÓBUDAI EGYETEM
ÓBUDA UNIVERSITY

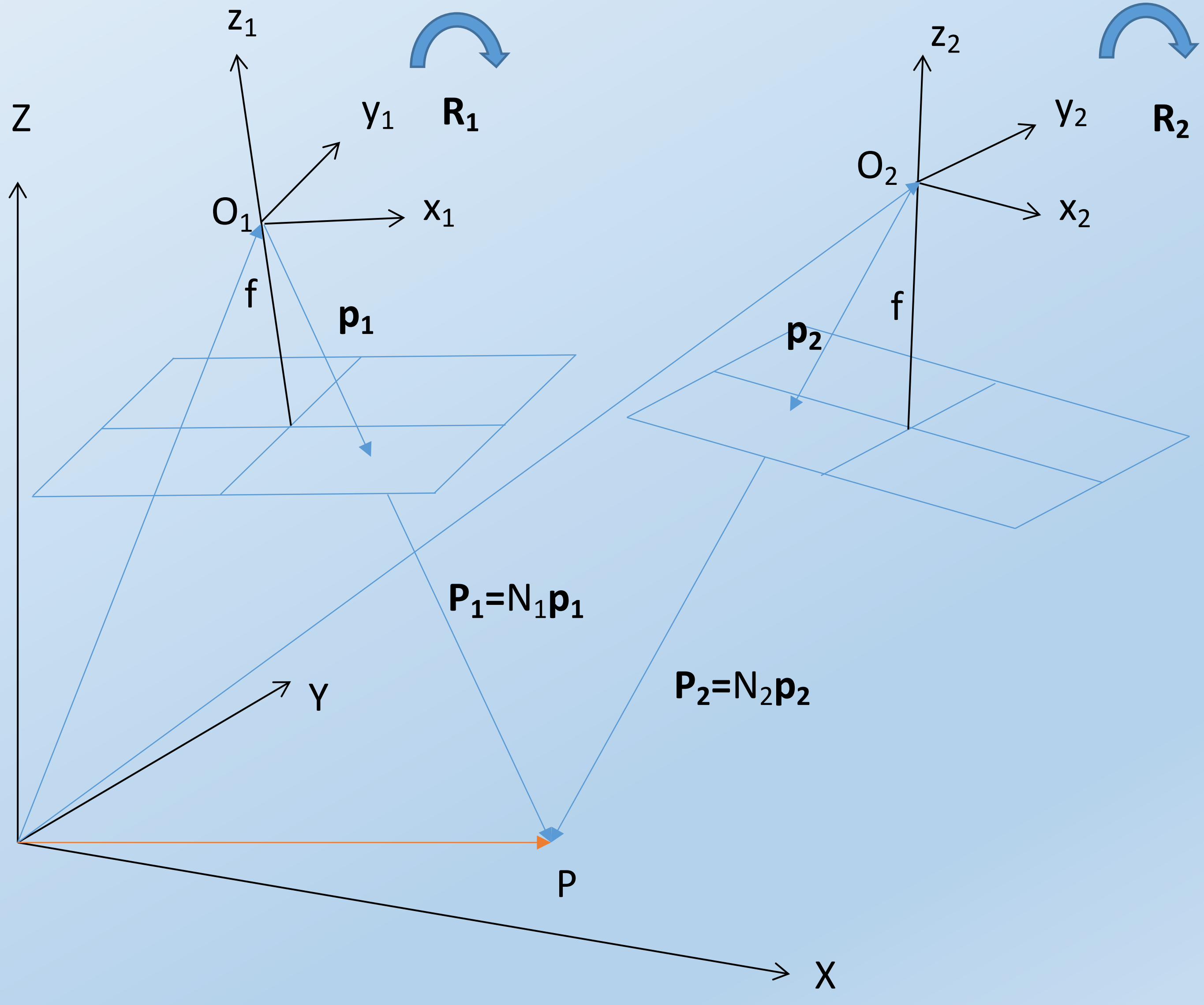
Megoldás térbeli metszéssel

$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P_o} + N\boldsymbol{p}$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{O1} \\ Y_{O1} \\ Z_{O1} \end{bmatrix} + N_1 \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \eta_1 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{O2} \\ Y_{O2} \\ Z_{O2} \end{bmatrix} + N_2 \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_2 \\ \eta_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

Túlhatározott egyenletrendszer.



Megoldás hibákkal terhelt adatokkal

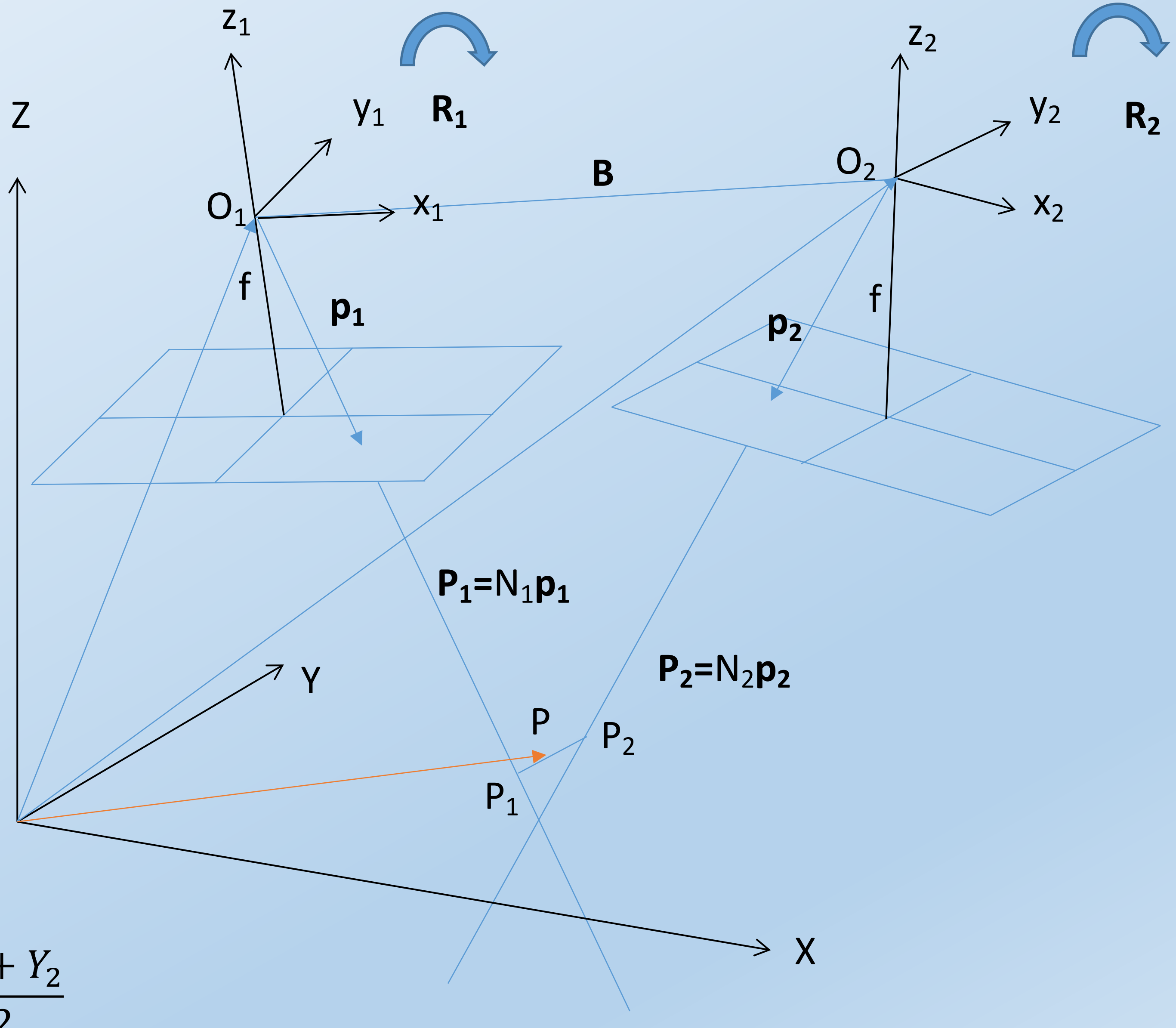
- A két vetítősugár a nem metszi egymást, csak közelítő megoldást kapunk.
- N_1 és N_2 nagyítási tényező geometriai hasonlóság alapján kiszámolható:

$$\boldsymbol{p_2} \times \boldsymbol{P_2} = 0$$
$$\boldsymbol{p_2} \times (N_1 \boldsymbol{p_1} - \boldsymbol{B}) = 0$$
$$\boldsymbol{p_2} \times N_1 \boldsymbol{p_1} - \boldsymbol{p_2} \times \boldsymbol{B} = 0$$
$$N_1 = \frac{|\boldsymbol{p_2} \times \boldsymbol{B}|}{|\boldsymbol{p_2} \times \boldsymbol{p_2}|}$$

Három N_1-N_2 pár határozható meg:
$X=X_1=X_2$, $Z=Z_1=Z_2$ esetre (XZ síkban)

$$N_1 = \frac{B_x z_1 - B_z x_2}{x_1 z_2 - z_1 x_2},\ N_2 = \frac{B_x z_1 - B_z x_1}{x_1 z_2 - z_1 x_2}$$

$$X = X_1 = X_2 = X_{O1} + N_1 x_1 = X_{O2} + N_2 x_2$$
$$Z = Z_1 = Z_2 = Y_{O1} + N_1 z_1 = Y_{O2} + N_2 z_2$$
$$Y_1 = Y_{O1} + N_1 y_1,\ Y_2 = Y_{O2} + N_2 y_2 \qquad Y = \frac{Y_1 + Y_2}{2}$$



ÓBUDAI EGYETEM
ÓBUDA UNIVERSITY

Legkisebb hiba

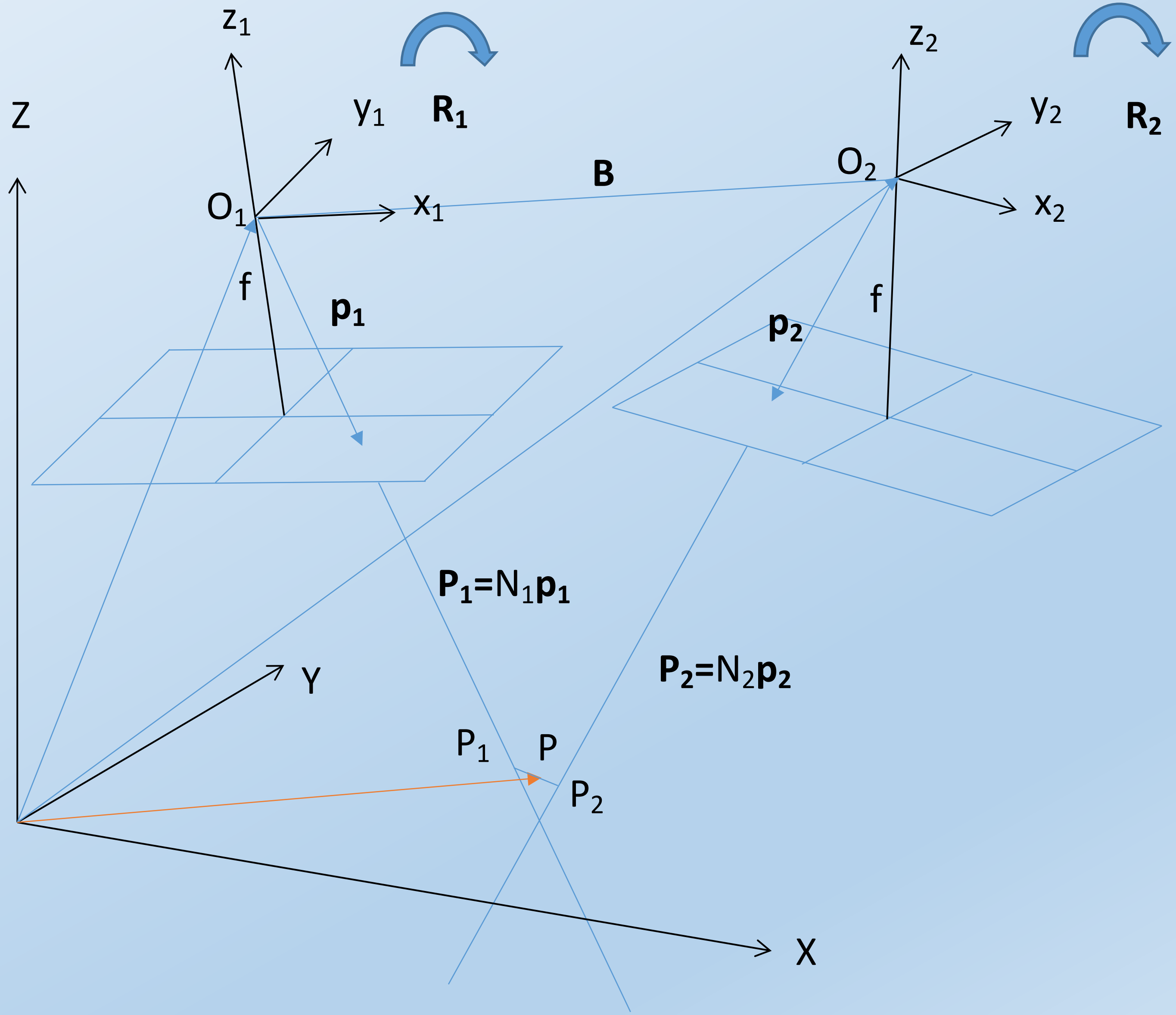
Hiba minimalizálása

Legkisebb hibájú N_1-N_2 pár

N-ek átlagolása

Két vetítősugár közötti távolság a normál tranzverzális, amely a legkisebb távolság a két megoldás között:

$$L(N_1, N_2) \rightarrow min.$$



Megoldás lineáris egyenletrendszerrel

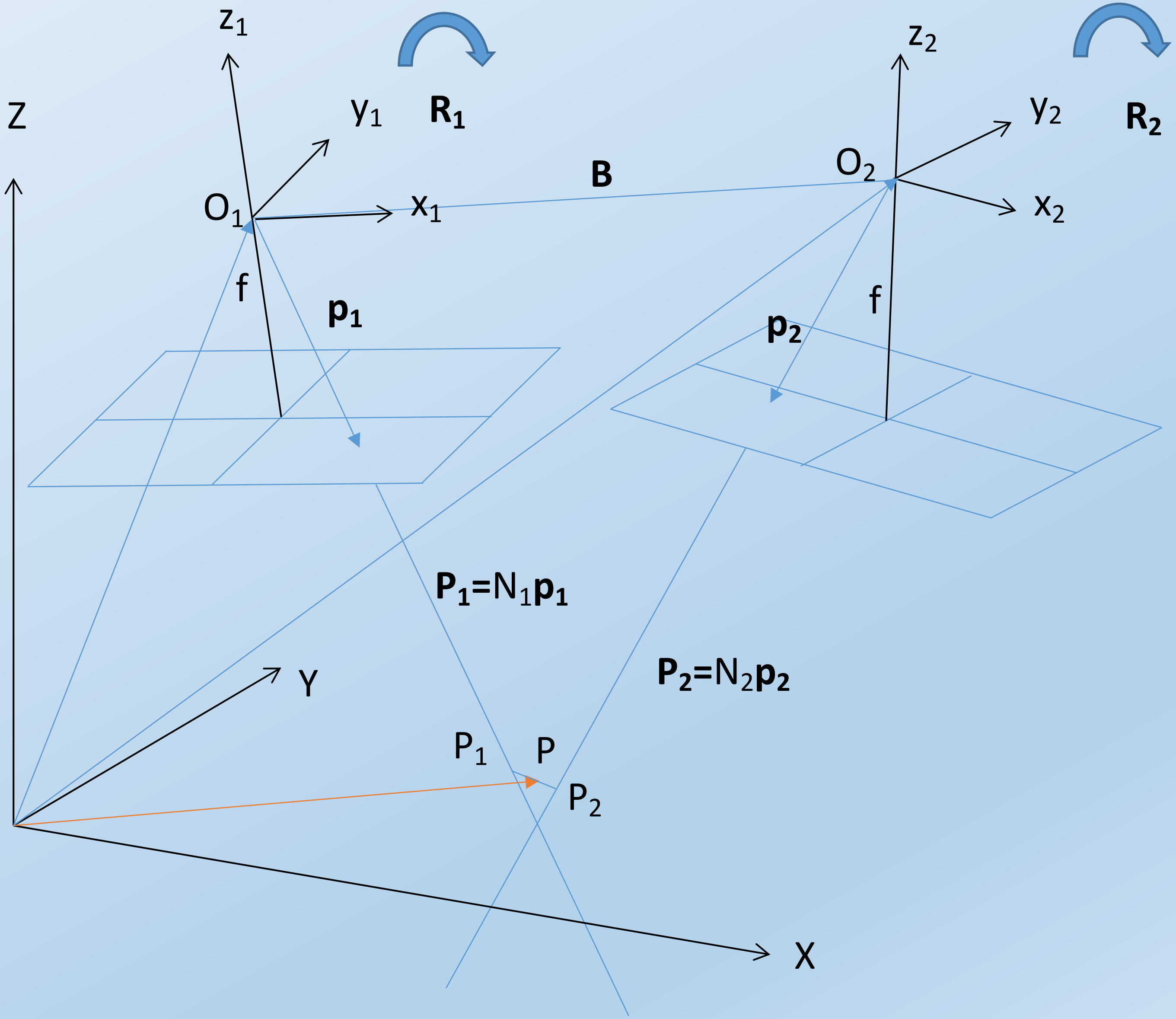
Tekintsük N_1-t és N_2-t is ismeretlennek.

1. kép: $$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{O1} \\ Y_{O1} \\ Z_{O1} \end{bmatrix} + N_1 \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \eta_1 \\ -f \end{bmatrix}$$

2. kép: $$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{O1} \\ Y_{O1} \\ Z_{O1} \end{bmatrix} + N_2 \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_2 \\ \eta_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

5 ismeretlen: X, Y, Z, N_1, N_2

A fenti egyenleteket átalakítjuk $Ax = b$ alakra.



Megoldás lineáris egyenletrendszerrel

Az egyenletek átrendezés után:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - N_1 \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \eta_1 \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{O1} \\ Y_{O1} \\ Z_{O1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + N_2 \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_2 \\ \eta_2 \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{O2} \\ Y_{O2} \\ Z_{O2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - N_1 \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{O1} \\ Y_{O1} \\ Z_{O1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + N_2 \begin{bmatrix} c_{21} \\ c_{21} \\ c_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{O2} \\ Y_{O2} \\ Z_{O2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} X - c_{11}N_1 &= X_{O1} \\ Y - c_{12}N_1 &= Y_{O1} \\ Z - c_{13}N_1 &= Z_{O1} \\ X - c_{21}N_2 &= X_{O2} \\ Y - c_{21}N_2 &= X_{O2} \\ Z - c_{21}N_2 &= X_{O2} \end{aligned}$$

$Ax = b$ alakban kifejezve:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & c_{11} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c_{13} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & c_{21} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & c_{22} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & c_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{O1} \\ Y_{O1} \\ Z_{O1} \\ X_{O2} \\ Y_{O2} \\ Z_{O2} \end{bmatrix}$$

$m > n$ → túlhatározott egyenletrendszer, közelítő megoldás

Megoldás MATLAB-ban

```
format long
f = 100 % fókusztávolság (mm)
S1 = [432588.64254; 4921230.83708; 1550.10375] % 1. vetítési középpont (m)
S2 = [433038.78510; 4921222.37288; 1550.44516]
omega1 = -0.000716 %forgatási szögek
fi1 = -0.000678
kappa1 = -0.027806
omega2 = -0.001074
fi2 = -0.000923
kappa2 = -0.013588
k1 = [4018.444e-006; 76714.556e-006; -f/1000] % képkoordináták
k2 = [-31650.000e-006; 76907.020e-006; -f/1000]
R1 = [cos(fi1)*cos(kappa1) -cos(fi1)*sin(kappa1) sin(fi1);
    cos(omega1)*sin(kappa1)+sin(omega1)*sin(fi1)*cos(kappa1) cos(omega1)*cos(kappa1)-sin(omega1)*sin(fi1)*cos(kappa1) -
sin(omega1)*cos(fi1);
    sin(omega1)*sin(kappa1)-cos(omega1)*sin(fi1)*sin(kappa1) sin(omega1)*cos(kappa1)+cos(omega1)*sin(fi1)*sin(kappa1)
cos(omega1)*cos(fi1)]
R2 = [cos(fi2)*cos(kappa2) -cos(fi2)*sin(kappa2) sin(fi2);
    cos(omega2)*sin(kappa2)+sin(omega2)*sin(fi2)*cos(kappa2) cos(omega2)*cos(kappa2)-sin(omega2)*sin(fi2)*cos(kappa2) -
sin(omega2)*cos(fi2);
    sin(omega2)*sin(kappa2)-cos(omega2)*sin(fi2)*sin(kappa2) sin(omega2)*cos(kappa2)+cos(omega2)*sin(fi2)*sin(kappa2)
cos(omega2)*cos(fi2)]
Bx = S2(1)-S1(1) % vetítési központok távolsága
By = S2(2)-S1(2)
Bz = S2(3)-S1(3)
P1 = R1*k1
P2 = R2*k2
N1 = (Bx*P2(3)-Bz*P2(1))/(P1(1)*P2(3)-P1(3)*P2(1)) % 1. nagyítási együttható
N2 = (Bx*P1(3)-Bz*P1(1))/(P1(1)*P2(3)-P1(3)*P2(1)) % 2. nagyítási együttható
X1 = S1+N1*P1 % megoldás (P1)
X2 = S2+N2*P2 % megoldás(P2)
Diff = X1-X2 % a két megoldásvektor különbsége
X = (X1+X2)/2 % megoldás egy N1-N2 párra
```

```
P1 =

   0.006217539279381
   0.076501523737111
  -0.100053407450145

P2 =

  -0.030509784763030
   0.077222415124350
  -0.100081590649345

N1 =

     1.225637302310178e+04

N2 =

     1.225633291780011e+04
```

```
X1 =

   1.0e+06 *

   0.432664847020694
   4.922168468291757
   0.000323811866059

X2 =

   1.0e+06 *

   0.432664847020694
   4.922168836508479
   0.000323811866059

Diff =

                  0
  -0.368216722272336
                  0

X =

   432664.847020694
   4922168.652400119
   323.811866059
```

Megoldás MATLAB-ban

$Ax = b$lineáris egyenletrendszer megoldása
MATLAB-ban: $x = A \setminus b$
Maradékhiba: $r = Ax - b, \langle r, r \rangle \rightarrow min.$

```
A = [1 0 0 -(R1(1,1)*k1(1)+R1(1,2)*k1(2)+R1(1,3)*k1(3)) 0;
    0 1 0 -(R1(2,1)*k1(1)+R1(2,2)*k1(2)+R1(2,3)*k1(3)) 0;
    0 0 1 -(R1(3,1)*k1(1)+R1(3,2)*k1(2)+R1(3,3)*k1(3)) 0;
    1 0 0 0 -(R2(1,1)*k2(1)+R2(1,2)*k2(2)+R2(1,3)*k2(3));
    0 1 0 0 -(R2(2,1)*k2(1)+R2(2,2)*k2(2)+R2(2,3)*k2(3));
    0 0 1 0 -(R2(3,1)*k2(1)+R2(3,2)*k2(2)+R2(3,3)*k2(3))]
b = [S1(1); S1(2); S1(3); S2(1); S2(2); S2(3)]
x = A\b % A lineáris egyenletrendszer megoldása.
r = A*x-b % Maradékhiba.
q = [X(1)-x(1); X(2)-x(2); X(3)-x(3); N1-x(4); N2-x(5)] % A Két megoldás közötti különbsége.
plot3(X2(1), X2(2), X2(3),'x',X1(1), X1(2), X1(3),'x', x(1), x(2), x(3),'o', X(1), X(2), X(3),'O')
xlabel('X (m)')
ylabel('Y (m)')
zlabel('Z (m)')
grid on
```

```
x =

   1.0e+06 *

   0.432664857654643
   4.922168687976455
   0.000323765144622
   0.012257728022906
   0.012255911966514

r =

   0.002209184225649
   0.116025147959590
   0.088850910886549
  -0.002209184400272
  -0.116025149822235
  -0.088850910887686

q =

  -0.010633948724717
  -0.035576336085796
   0.046721436634243
  -1.354999804361796
   0.420951285646879
```

```
Xmin =

   1.0e+06 *

   0.432664857654643
   4.922168687976456
   0.000323765144622
```

A vetítősugarak közötti legkisebb távolság:

```
emin =

   0.292309425269484

ans =

   1.0e-09 *

  -0.058207660913467
  -0.931322574615478
  -0.012732925824821
```

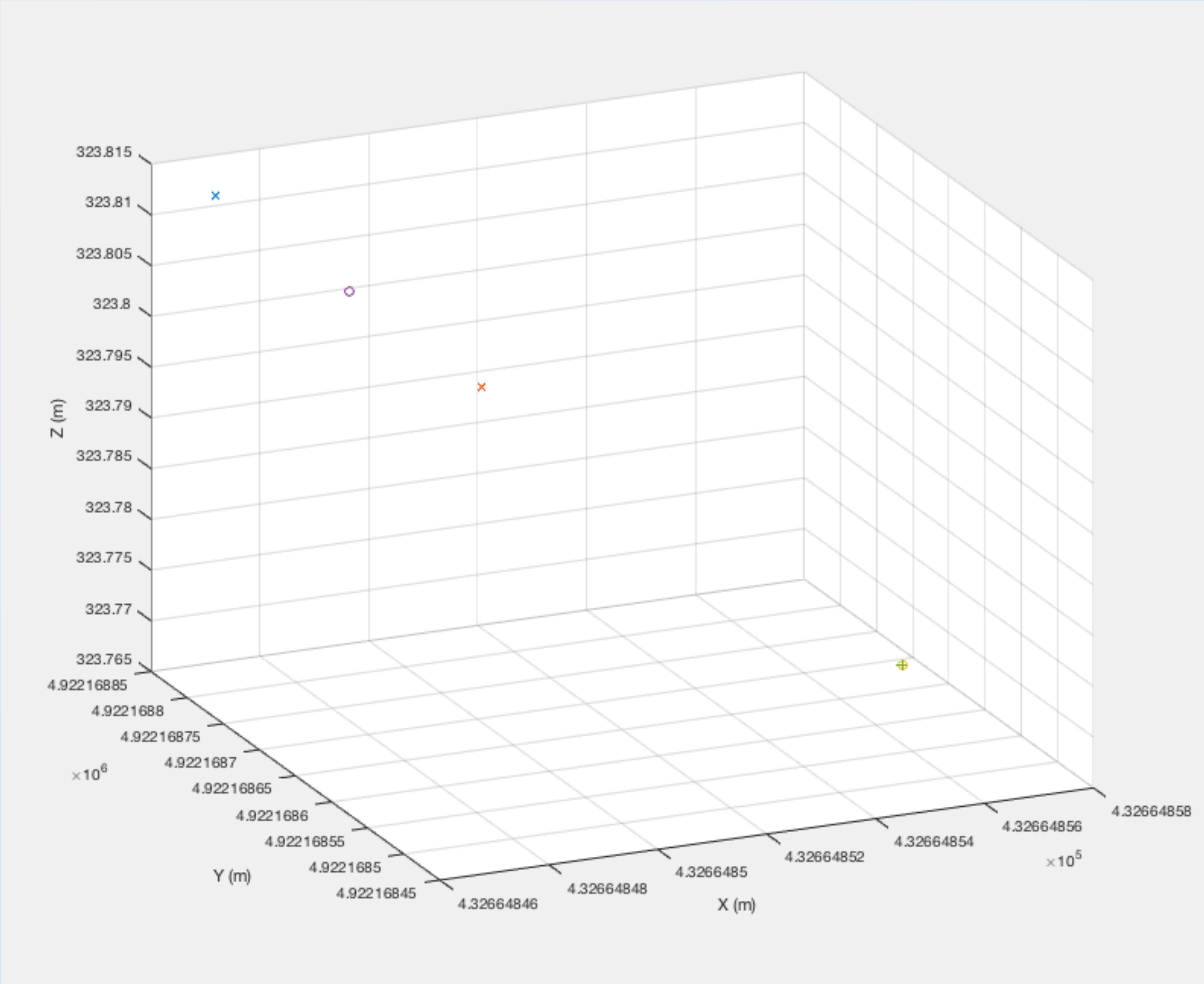
ÓBUDAI EGYETEM
ÓBUDA UNIVERSITY

Megoldás MATLAB-ban

- A lineáris egyenletrendszer numerikus megoldása a legkisebb hibához nagyon közeli eredményt adja.
- Jól algoritmizálható.
- Több képre is alkalmazható.

Pl. három képre:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & c_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c_{13} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & c_{21} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & c_{23} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{31} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & c_{32} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{O1} \\ Y_{O1} \\ Z_{O1} \\ X_{O2} \\ Y_{O2} \\ Z_{O2} \\ X_{O3} \\ Y_{O3} \\ Z_{O3} \end{bmatrix}$$



Hibaterjedés

Alapegyenlet:

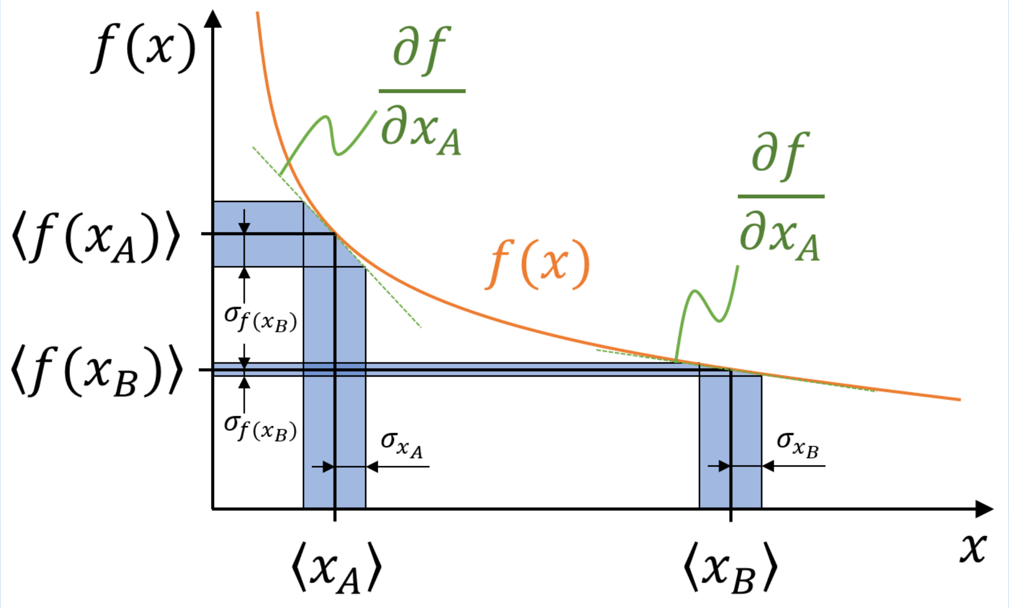
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{O1} \\ Y_{O1} \\ Z_{O1} \end{bmatrix} + N_1 \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ -f \end{bmatrix}$$

Lineáris kiindulási változók: $X_{01}, Y_{O1}, Z_{O1}, \xi, \eta$
Nem lineáris elemek: $\boldsymbol{R}$

A függvény első deriváltja jellemzi a hibaterjedést.

A hibaterjedés a számítási eljárástól (függvény) függ:

- Kollineár egyenlet
- Térbeli metszési feladat



Az IMU hibái

Felépítése

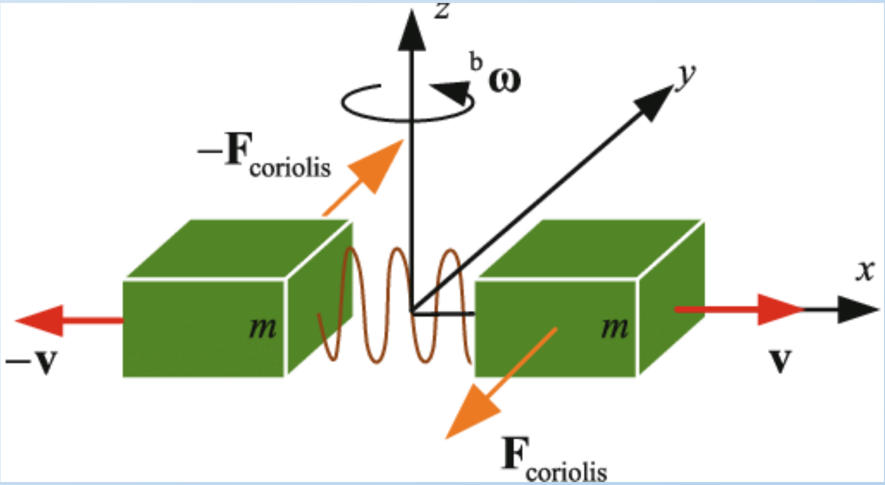
gyorsulásmérő (X,Y,Z) → erő → $\iint a(t)dt$ → s
giroszkóp (ω, φ, κ) → szögsebesség → $\int \omega(t)dt$ → φ
mágneses iránytű → É (mágneses észak)

Mért mennyiségek

csak relatív mennyiségeket mér
az integrálás miatt időben halmozódó hibák

Technológia, működési elv

gyorsulásmérő: MEMS - piezoelektromos, kapacitív
giroszkóp: rezgőelemes MEMS, lézer (fáziskülönbség-mérés)



MEMS giroszkóp működése

Az IMU hibái

Hibák

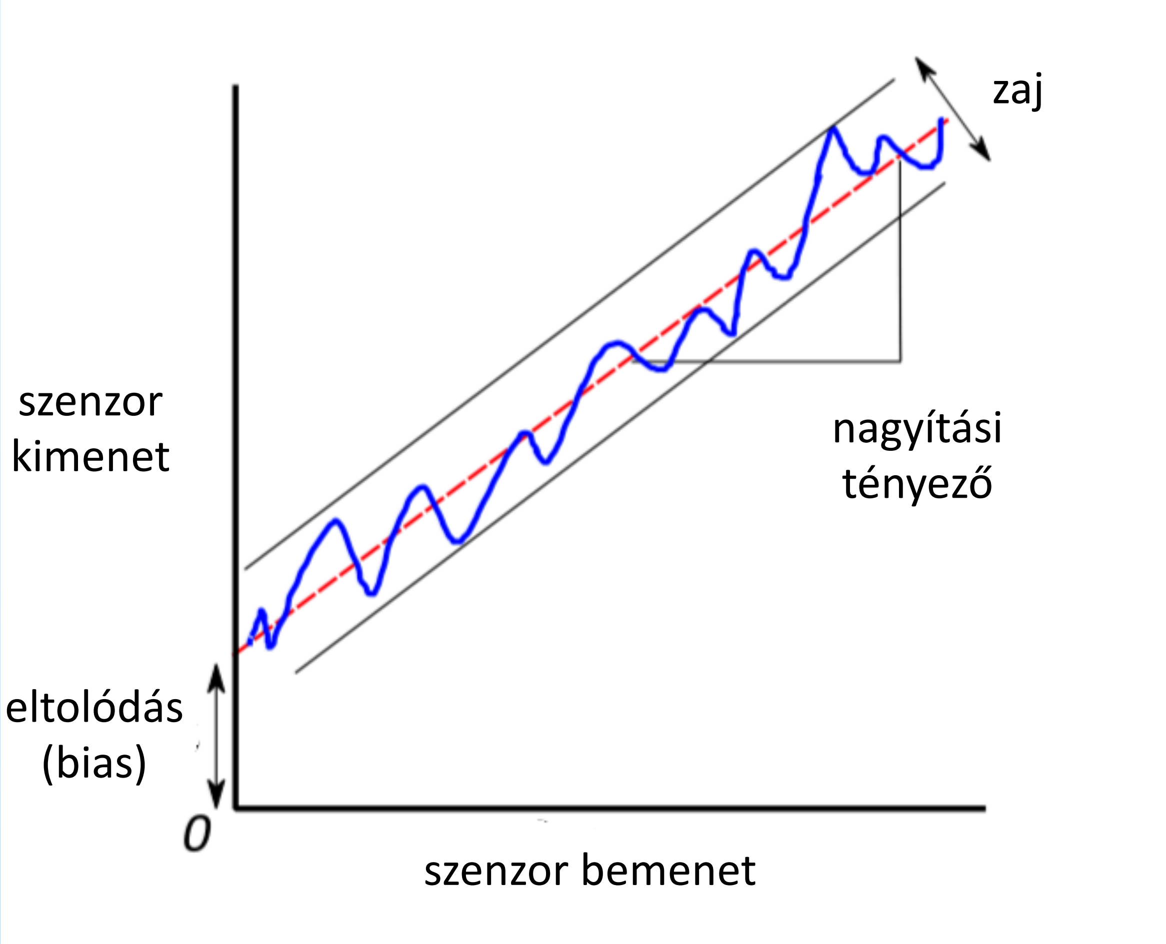
- az integrálás miatt időben halmozódó hibák
- környezeti hatások (rezgés, hőmérséklet)
- áramköri zaj

Giroszkóp

- Bemenetre zajjal és hibával terhelt kimenet
- legjellemzőbb hiba a sodródás (bias in run stability)

Pontossági osztályok

- Consumer grade (100°/h)
- Industrial grade (3-5°/h
- Tactical grade (1-0,1°/h)
- Navigation (0,01°/h)

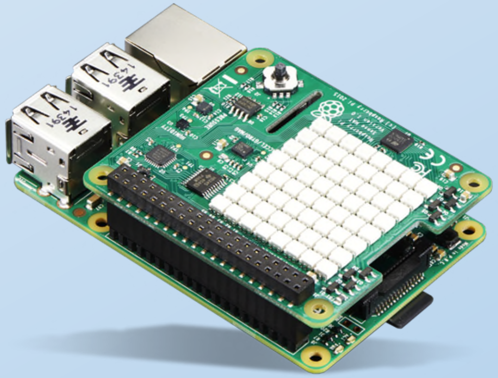


Az IMU hibái

Adatfúzió

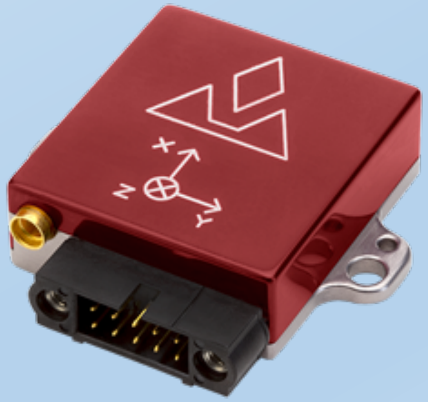
- mintavételezési hiba csökkentése
- GNSS, IMU egy egység → INS
- Kalman-szűrő – különböző szenzoradatok integrációja,
  legjobb becslést adja

Két példa



Raspberry Pi Sense HAT

Consumer grade
IRBS: kb. 100 °/h
Áa: kb. 10 USD



Vactornav VM-200

Industrial grade
IRBS: 5 °/h
Ár: kb. 1000 USD

Konklúziók

Megoldás lineáris egyenletrendszerrel

- A térbeli metszéshez jól használható a lineáris egyenletrendszer megoldása.
- A maradékhiba minimumához határozza meg a legjobb megoldást, az iterációtól függően a legpontosabb megoldást adja.

Pontosság, hibák

- A terep nem befolyásolja az eredményeket
- Hibaterjedés szempontjából a térbeli metszés nem a legjobb megoldás.
- A szenzorhibák (pozíció és orientációs hibák) terjedése meghatározó.
- A szenzorok pontossága napjainkban már az elfogadható szinten van.
- A direkt szenzortájékozás a gyakorlatban is jól használható.